

Des ateliers mathématiques dans les classes : manipuler et jouer pour apprendre

CAROLINE POISARD¹, FRANÇOISE VALDIVIESO², ROZENN ROBIN²,
GWENAËLLE RIOU-AZOU¹, PHILIPPE LE GUEN²

¹IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques) de Brest, CREAD
Université de Brest
France
caroline.poisard@univ-brest.fr
gwenaelle.riou-azou@inspe-bretagne.fr

²IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques) de Brest
Académie de Rennes
France
Francoise.Valdivieso@ac-rennes.fr
Rozenn.Robin@ac-rennes.fr
Philippe.Le-Guen@ac-rennes.fr

ABSTRACT

This paper provides some considerations about the notions of manipulations and games for teaching and learning mathematics. First, we discuss the notion of manipulation in the classroom in relation to the nature of mathematical activity. Then, we present different practices of classroom play as well as elements of analysis of mathematical knowledge and classroom sessions. Finally, we propose an example of a game implemented at the end of primary school to work on calculation. We analyse this example of a mathematical workshop in terms of manipulation, play, analysis of mathematical knowledge and the course of the classroom sessions.

KEYWORDS

Mathematics education, registers of semiotic representation, a priori analysis, devolution process, institutionnalisation process

RÉSUMÉ

Cet article apporte des éléments de réflexion sur les notions de manipulations et de jeux pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Tout d'abord, nous discutons la notion de manipulation en classe en lien avec la nature de l'activité mathématique. Ensuite, nous présentons différentes pratiques de jeu en classe ainsi que des éléments d'analyse des savoirs mathématiques et des séances en classe. Enfin, nous proposons un exemple de jeu de société mis en œuvre en fin d'école primaire pour travailler en calcul. Nous analysons cette exemple d'atelier mathématique en termes de manipulation, de jeu, d'analyse des savoirs mathématiques et du déroulement des séances en classe.

MOTS-CLÉS

Didactique des mathématiques, registre de représentation sémiotique, analyse a priori, processus de dévolution, processus d'institutionnalisation

INTRODUCTION

Manipuler et jouer pour apprendre les mathématiques est un sujet complexe. Il semble que les pratiques de manipulation et de jeux en classe puissent favoriser la motivation, la concentration et l'apprentissage des élèves. C'est une hypothèse que nous partageons mais qui est – comme nous allons le voir – à nuancer. Le travail présenté ici a été réalisé par le groupe MAREL (Mathématiques en Ateliers : Ressources et Enjeux Ludo-éducatifs) de l'IREM de Brest (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques, IREM, Portail des IREM <https://www.univ-irem.fr/>).

Nous identifions deux niveaux d'analyse : l'analyse des supports de manipulation et de jeux, c'est-à-dire le potentiel des ressources pour les apprentissages des mathématiques (analyse *a priori*) ; et l'analyse des séances en classe, le déroulement, les enjeux et les apprentissages attendus dans le cadre de l'institution scolaire. Nous pensons que les concepts de didactique des mathématiques sont pertinents dans différents contextes (dans et en dehors de l'école) et permettent d'analyser des séances comportant des manipulations ou des jeux (Poisard, 2018). Le fonctionnement par ateliers (comme en maternelle en France) nous paraît adapté à ce type de séances en classe (Poisard, 2017; Poisard et al., 2022).

Dans la première partie, nous discutons la notion de manipulation en classe en lien avec la nature de l'activité mathématique. En deuxième partie, nous présentons différentes pratiques de jeu en classe ainsi que des éléments d'analyse des savoirs mathématiques et des séances en classe. La troisième partie propose un exemple de jeu de société mis en œuvre dans une classe de CM1-CM2 (10-11 ans) pour travailler en calcul. Nous analysons cette exemple d'atelier mathématique en termes de manipulation, de jeu, d'analyse des savoirs mathématiques et du déroulement des séances en classe.

LES MANIPULATIONS EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES

Manipuler, matériel, de quoi parle-t-on ?



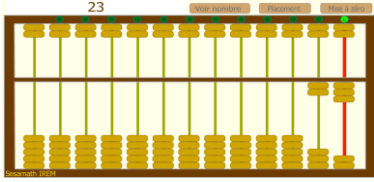
En 1985, Boule dans son ouvrage sur la maternelle propose déjà le titre « Manipuler, organiser, représenter. Prélude aux mathématiques ». Les travaux cités sont issus de la psychologie. Plus récemment, Dias (2017) titre pour sa part : « Manipuler et expérimenter en mathématiques ». Ces ouvrages à destination des professeurs fournissent beaucoup d'exemples de mises en œuvre en classe de séances avec du matériel. Pour notre part, nous identifions trois types de ressources pour faire des mathématiques (Poisard, 2005) : les instruments scientifiques utilisés à travers l'histoire (bouliers, réglettes de Néper, calculatrice, etc.), le matériel pédagogique créé pour l'école (réglettes Cuisenaire, boulier-compteur, etc.) et les jeux (que nous développons au paragraphe suivant). Dans notre travail (Poisard et al., 2015), où nous intégrons l'analyse de logiciels, nous avons choisi les termes de *ressources matérielles et virtuelles* pour présenter des supports de manipulations.

Une notion qui nous semble importante est celle de *registre de représentation sémiotique* (Duval, 1996) : différentes ressources peuvent fournir des manières différentes de représenter une notion mathématique (Figure 1). Par exemple, le nombre 23 peut se représenter sur un boulier, s'écrire en toutes lettres « vingt-trois », se marquer sur les doigts des mains (avec deux personnes), s'écrire deux dizaines et trois unités (ou $2d+3u$), etc. Ceci représente une variété de registres pour représenter *vingt-trois* dont les élèves vont devoir acquérir le sens en faisant le lien entre ces différents registres.

Mais, qui manipule ? Le professeur ? Les élèves ? Le travail de Grapin et Mounier (2018) étudie trois manuels de première année d'école élémentaire (CP, 6-7 ans). Les auteurs montrent que dans ces trois manuels la place de la résolution de problèmes, des exercices

d'application, de l'observation et des manipulations est spécifique. En particulier, un manuel scolaire souvent mis en avant sur l'aspect manipulateur propose en réalité essentiellement des séances où le professeur montre aux élèves. En effet, les élèves ne sont pas en situation de manipuler par eux-mêmes, mais observent le professeur qui fait. Il nous semble que le rôle actif de l'élève lors des phases de manipulation est essentiel.

FIGURE 1

 <p>Registre des mains (France)</p>	 <p>Registre de la constellation du dé</p>
<p>Registre écrit :</p> $23 = 20+3 = 2d+3u = 10+13$ <p>Registre oral :</p> <p><i>vingt-trois, twenty-three</i></p>	 <p>Registre du boulier chinois</p>

Différents registres de représentation de 23

Nous avons évoqué le fait que les manipulations puissent être favorables aux apprentissages mais cela peut tout à fait ne pas être le cas. La mise en œuvre en classe peut le permettre ou non. C'est ce que décrit Briand (2019, p. 6) : « Or depuis 40 ans, les recherches en didactique des mathématiques ont montré l'importance de la manipulation dans la genèse d'une activité mathématique mais aussi les obstacles à l'acquisition de savoirs mathématiques qu'une manipulation mal organisée pouvait créer. ».

Briand propose deux scénarios pour une activité de manipulation : un scénario qui permet de mettre en place une activité mathématique et un scénario qui ne le permet pas. L'activité mathématique est ici définie comme « une activité au cours de laquelle les élèves ont à produire un modèle (par une représentation ou un écrit) qui permet de contrôler une action effectuée dans un milieu matériel » (Briand, 2019, p. 9). Pour l'auteur, les scénarios qui ne permettent pas une activité mathématique ont tendance à creuser les écarts de compréhension entre élèves : les élèves déjà à l'aise approfondissent leurs connaissances alors que les autres ne progressent pas.



Notons que les travaux anglophones dans ce domaine s'intéressent aux *manipulatives* (*matériel de manipulation* ou *matériel concret* en français). Comme le rappellent Corriveau et Jeannotte (2018), « le recours au matériel de manipulation n'est pas vraiment remis en question dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques » (p. 94). Ces auteurs proposent une analyse des définitions et des conceptions du matériel présentes dans la littérature professionnelle sur l'enseignement des mathématiques. Le corpus est composé de revues francophones et anglophones à destination des professeurs du primaire. En se référant à différents auteurs et théories de l'apprentissage, leurs conclusions montrent que « très peu d'articles professionnels définissent ce qu'on entend par matériel de manipulation » (p. 97) et que les principes qui sous-tendent l'utilisation de matériel sont parfois contradictoires.

L'activité mathématique

Le travail de mathématisation en classe consiste à passer de la réalité à l'abstraction (Figure 2) : des manipulations réelles (avec des objets matériels, avec son corps) ; puis des dessins figurés (premières représentations de la réalité) ; puis des schémas et enfin le codage mathématique (c'est-à-dire les symboles). Le dessin est proche de la réalité alors que le schéma comporte une certaine abstraction (ici groupements par dix). Les mathématiques permettent d'anticiper un

résultat sans avoir à réaliser l'expérience concrète. Par exemple, additionner 14 et 9 avec des techniques de calcul permet de trouver le résultat sans recours à l'expérience avec des cailloux comme mémoire des éléments.

FIGURE 2

<p>Sur les mains ou sur boulrier chinois (Fig.1)</p> <p>Réel</p>	 <p>Dessin de bâtons. Le dessin peut être celui des objets réels. 23 objets</p> <p>Dessin</p>	 <p>2 dizaines et 3 unités</p> <p>Schéma</p>	<p>23</p> <p>Symbole abstrait</p>
--	--	--	-----------------------------------

Du réel vers l'abstrait

Pour Chevallard (1991), l'activité mathématique comporte une part d'expérience et/ou d'expérimentation. Par exemple, avant de pouvoir rédiger une démonstration, l'activité mathématique consiste à essayer des pistes, réduire le problème, émettre des hypothèses : c'est une activité de type expérimental sur une feuille de papier, souvent un brouillon. Ensuite, l'activité consiste à rédiger en respectant le formalisme attendu par l'institution concernée. Il est nécessaire d'identifier deux types de manipulations en mathématiques : celles relatives à l'expérience (concrète, réelle, matérielle, tangible) et celle relative à une activité expérimentale (abstraite, avec des symboles, sur une feuille de papier). Dans l'exemple du jeu que nous développons ci-après, il existe des manipulations matériels (cartes et dé) et la manipulation des écritures chiffrées sur les « fiches élèves ».

LE JEU POUR L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

Les différentes pratiques du jeu en classe

Pour la notion de jeu, le rapport à la manipulation est varié : avec des supports matériels (jeu du commerce avec un plateau, jeu de cartes, casse-têtes, jeu fabriqué, etc.), sur des fiches (sudoku, points à relier, etc.), à l'oral (devinettes) ou bien un logiciel (ordinateur ou tablette). Le jeu peut se pratiquer seul, à plusieurs, par équipes ou en coopératif. Déjà en 1994, Bolon remarque en introduction de son article que « de très nombreux jeux sont apparus sur le marché éducatif » (p. 57). Ces dernières années, les jeux du commerce se sont développés en direction des élèves plus âgés, en particulier du primaire et du collège. L'utilisation de jeu en classe de mathématiques est une question professionnelle particulièrement d'actualité. En effet, d'après la liste effectuée par le comité éditorial de la revue RMé (Weiss, 2019), nous comptabilisons 30 articles sur le sujet entre 2002 et 2016 dans cette revue. Du côté de l'APMEP (association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public), dans la liste des brochures jusqu'à 2020, nous comptabilisons 18 brochures sur le jeu éditées par l'APMEP. À cela s'ajoutent les articles des numéros 535 et 536 de la revue « Au fil des mathématiques » (bulletin APMEP) publiés en 2020 : « Faites vos jeux ! » puis « Les jeux sont faits ! ». La question n'est pas nouvelle mais elle suscite un certain enthousiasme actuellement.

De nouvelles formes de jeu sont apparues plus récemment comme les jeux d'évasion (*escape game*) où l'objectif est de répondre à diverses questions et énigmes afin de pouvoir sortir d'une salle ou bien ouvrir un coffre. Des comptes-rendus d'expériences en classe de mathématiques existent au primaire et au secondaire. Aussi, l'usage des nouvelles technologies

en classe a permis le développement de nouvelles formes de jeu : des jeux vidéos. Certains jeux plus classiques sont également disponibles en version de logiciel (ordinateur ou tablette).

La notion de jeu a été abordée dans quelques travaux en didactique des mathématiques (en particulier Da Ronch 2019; Godot, 2005; Pelay, 2009). Plus récemment Haye et Bronner (2020) pointent quatre invariants ou caractéristiques du jeu (Haye & Bronner, 2020, pp. 42-43) :

- la *règle* : l'activité proposée aux élèves doit avoir des règles spécifiques ;
- la *clôture ludique* : le jeu est limité, séparé, ces limites sont données par les règles ;
- la *liberté* : avant le jeu, le joueur doit avoir le choix de rentrer ou non dans le jeu ; pendant le jeu, ce dernier doit offrir des libertés au joueur ;
- le *fun* : ou encore le plaisir ludique, la joie ; le jeu génère chez le joueur ce « sentiment » spécifique.

Analyser des savoirs et des jeux

La question du jeu en classe de mathématiques a tout d'abord émergé pour les élèves de maternelle. En effet, des jeux classiques comme la bataille, le mistigri, le memory, le jeu de kim ou les dominos peuvent être utilisés pour travailler sur la construction du nombre (Milliat & Neyret, 1990). Valentin (2001) présente des jeux et décrit des séances de classe, sa conclusion montre bien la difficulté à intégrer des jeux pour une finalité d'apprentissage : « Mon intention n'est pas de dire qu'il ne faut plus jouer pendant les « cours de math » ! Je voudrais simplement que l'on soit un peu plus vigilant au moment où l'on choisit un jeu, que l'on définisse un peu mieux ses fonctions, sa place. » (Valentin, 2001, p. 25).

Nous retrouvons la même analyse dans l'article de Quintic (1997) qui présente sa pratique des jeux de société en classe de maternelle en mathématiques et remarque que : « Je les [les jeux de société] ai d'abord utilisés ponctuellement, en dehors de tout projet. Puis la nécessité de mieux les intégrer à l'enseignement des mathématiques m'a paru évidente... J'ai alors choisi d'approfondir les contenus mathématiques et les situations d'apprentissage que proposaient ces jeux, pour en repenser leur exploitation au cycle 1. » (Quitic, 1997, p. 9).

Cette idée est également exprimée par Peltier (2000) qui se demande si les jeux mathématiques ne seraient pas la panacée à la démotivation des élèves ! L'auteur conclut que ce type d'activité en classe « doit s'accompagner d'une profonde réflexion conduisant à une articulation forte entre les différentes activités mathématiques proposées aux élèves [...] ». (Peltier, 2000, p. 3).

En effet, l'analyse des savoirs mathématiques est centrale pour que le jeu en classe puisse apporter les apprentissages souhaités par l'institution scolaire. C'est ce que propose Bolon (1994) en apportant des éléments de réponses à la question « Comment analyser un jeu mathématique ? ». Ceci rejoint l'*analyse a priori* qui est un concept issu de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998). Charnay (2003) met en relation la notion d'*analyse a priori* avec celle de prise de décisions du professeur : « l'analyse a priori constitue un des outils professionnels d'aide à la décision, en permettant d'anticiper certaines réactions d'élèves et donc d'orienter certains choix de l'enseignant » (Ibid, p. 19). Pour l'auteur, les décisions du professeur sont de trois types (Charnay, 2003, p.19) :

- celles qui sont relatives au choix et à l'aménagement de « bons » problèmes ;
- celles qui sont relatives à la gestion, dans les phases de mise en commun, des solutions personnelles élaborées par les élèves ;
- celles qui sont relatives aux moyens de faire évoluer ces solutions personnelles, en particulier vers les solutions expertes visées.

La notion de *variable didactique* est attachée à celle d'*analyse a priori*, nous reprenons ici la définition proposée par Briand & Chamorro (1991, p. 144) : « Une variable didactique est un

élément de la situation qui peut être modifié par le maître, et qui affecte la hiérarchie des stratégies de solutions (par le coût, la validité, la complexité). La modification des valeurs de ces variables permet donc d'engendrer, à partir d'une situation, un champ de problèmes auxquels correspondent des stratégies différentes de résolution. ».

Analyser des séances d'ateliers avec des jeux en classe

Nous retenons chez Brousseau (1998, p. 299) les processus de dévolution (contextualisation) et d'institutionnalisation (décontextualisation) pour analyser des séances d'ateliers mathématiques en classe avec des jeux :

« Le mathématicien ne communique pas ses résultats sous la forme où il les a trouvés ; il les réorganise, il leur donne une forme aussi générale que possible ; il fait de la « didactique pratique » qui consiste à mettre le savoir sous forme communicable, décontextualisée, dépersonnalisée, détemporalisée. L'enseignant fait d'abord le travail inverse : une recontextualisation et une repersonnalisation du savoir : il cherche des situations qui vont donner du sens aux connaissances à enseigner. Mais si la phase de personnalisation a bien marché, quand l'élève a répondu aux situations proposées, il ne sait pas qu'il a « produit » une connaissance qu'il va pouvoir utiliser dans d'autres occasions : pour transformer ses réponses et ses connaissances en savoir, il va devoir, avec l'aide du professeur, redépersonnaliser et redécontextualiser le savoir qu'il a produit, afin qu'il puisse connaître dans ce qu'il a fait quelque chose qui ait un caractère universel, une connaissance culturelle réutilisable. ».

Concernant l'analyse des séances mises en œuvre dans les classes, notre travail (Poisard et al., 2021) montre que l'usage de « fiches élèves » lors du jeu en classe permet d'avoir des traces du travail mathématique aussi bien pour le professeur que pour les élèves. Le professeur peut repérer et remédier aux erreurs et les élèves peuvent identifier les enjeux de savoir et leurs progrès. Nous montrons que l'usage de « fiche élève » (spécifique à chaque jeu) permet de répondre aux attendus et contraintes de l'institution scolaire, en particulier en termes de dévolution et d'institutionnalisation des connaissances. Les fiches remplies par les élèves permettent aux élèves de mieux identifier la tâche à effectuer (processus de dévolution) et au professeur d'apporter des connaissances pour faire évoluer les procédures des élèves (processus d'institutionnalisation). Ainsi, ce travail récent examine en détails l'usage de « fiches élèves » pour des ateliers mathématiques en classe utilisant des jeux de cartes. Le présent article propose également de discuter les notions de manipulation et de jeu en lien avec l'activité mathématique.

UN EXEMPLE D'ANALYSE DE JEU MATHÉMATIQUE

L'exemple porte sur le jeu *Rallye* (Djeco) qui permet de travailler sur le calcul mental. Nous présentons tout d'abord la règle du jeu puis une analyse de ce jeu. Nous donnons des éléments d'analyse de séances testées en classe avec des élèves de dix-onze ans (CM1-CM2) en France. Ce jeu a retenu notre attention car les règles sont simples, les parties rapides, qu'il peut être fabriqué et aussi adapté pour modifier la tâche des élèves (choix des opérations, valeur des cartes et des dés) (Figure 3). Nos questions sont les suivantes :

- Comment situer ce jeu au regard des notions de manipulation et de jeu ?
- Quels apprentissages mathématiques sont possibles avec ce jeu pour des ateliers à l'école ? Comment peuvent-ils évoluer en utilisant des variables didactiques ?
- Comment les « fiches élèves » participent-elles aux processus de dévolution et d'institutionnalisation en classe ?

La règle du jeu

Le jeu *Rallye* comporte 45 cartes au total (soit cinq séries numérotées de 1 à 9, $9 \times 5 = 45$), deux dés et onze pions voitures pour marquer les points. Chaque joueur commence la partie avec six cartes en main. Le reste des cartes forme la pioche. Prenons l'exemple de la Figure 3 (droite) : le joueur a en main six cartes : 4, 6, 8, 2, 5 et 1. Les dés indiquent 5 et 4. Comme $5+4=9$, il faut atteindre 9 km avec les cartes en main. Le joueur qui a lancé le dé dit à l'oral le résultat. Le joueur peut poser une, deux ou trois cartes en utilisant l'addition et/ou la soustraction (à modifier si besoin). Ci-dessous par exemple : $9=8+1=6+2+1=4+5$, etc. Si le joueur ne peut pas poser de carte, il pioche. Chaque joueur énonce à l'oral son calcul (ici il l'écrit en ligne sur une fiche). Pour gagner une étape du rallye (un pion), il faut ne plus avoir de cartes en main. Le premier joueur qui gagne trois étapes (trois pions) a gagné le Rallye et le jeu s'arrête.

FIGURE 3



Le jeu Rallye (Djeco) extrait de la règle de jeu (gauche) et fabriqué (droite)

Les notions de manipulations, de registres de représentation et de jeu

Ce jeu se distingue d'une séance de calcul mental intégralement à l'oral. La manipulation réelle c'est-à-dire avec un support matériel est ici celles des cartes du jeu qui comprennent les écritures chiffrées de 1 à 9. C'est-à-dire que les cartes sont tout d'abord manipulées puis posées sur la table, si elles peuvent être utilisées pour répondre. Avec l'utilisation des « fiches élèves », il est ensuite demandé d'écrire en chiffres le calcul réalisé. L'autre manipulation est celle du dé. En effet, le lancé de dé donne de manière aléatoire les nombres à prendre en compte. La tâche de conversion de registre consiste à passer d'une représentation de constellation du dé à un nombre dit à l'oral. Avec l'utilisation de la « fiche élève », on ajoute la conversion vers le registre écrit en chiffres des nombres. L'usage des doigts pour représenter les chiffres est tout à fait adéquat ici. En effet, pour de jeunes élèves, le recours au registre des doigts peut permettre d'améliorer la compréhension de la tâche et sa résolution.

Le jeu *Rallye* (Djeco) est un jeu du commerce qui est un jeu de cartes agrémenté de dés. Il se joue à plusieurs. Les quatre variants proposés par Haye et Bronner (2020) sont présents :

- la règle du jeu est proposée par les concepteurs du jeu ;
- la clôture ludique : le contexte est celui d'une course de voitures avec des étapes d'un rallye à gagner ; le lancé de dé donne de manière aléatoire le nombre de kilomètres à atteindre ;
- la liberté : celle du choix des cartes en main pour effectuer le calcul ; la tâche proposée engendre une variété de procédures possibles ;
- le fun que génère la possibilité de gagner une étape du rallye c'est-à-dire de remporter un point, puis le rallye en entier.

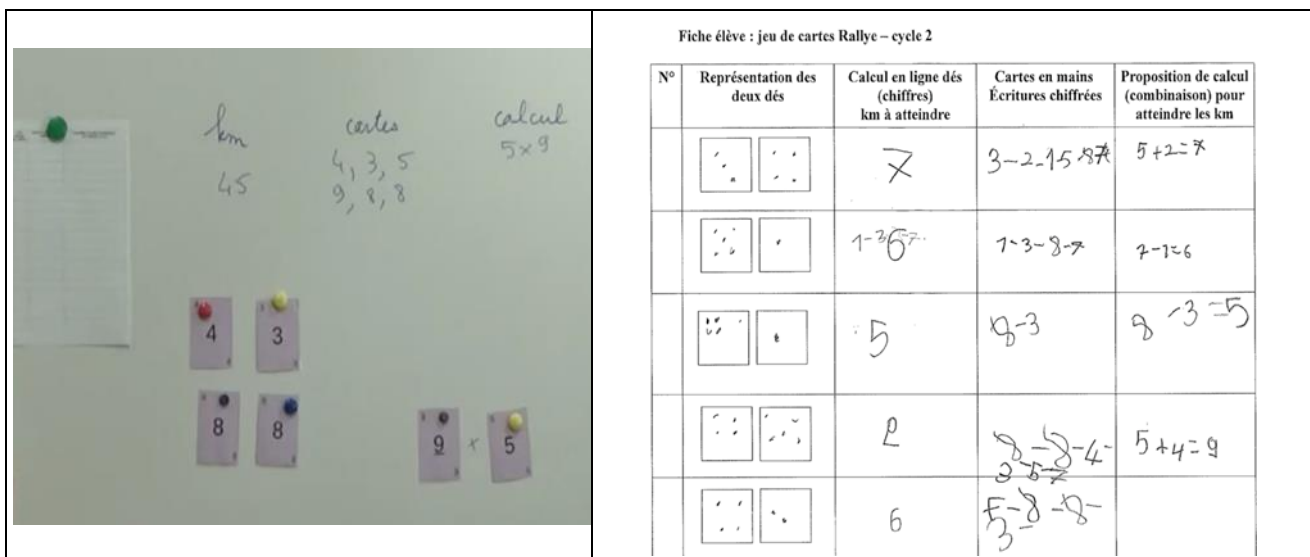
L'analyse a priori du jeu

La somme de deux dés indique le nombre de kilomètres à parcourir. Sur les cartes, les nombres de 1 à 9 représentent des kilomètres à utiliser (cartes kilométriques). Un joueur combine des cartes kilométriques pour atteindre le nombre de kilomètres à parcourir. Les tâches pour les élèves sont les suivantes : lire la représentation de deux dés (de 1 à 6) et faire la somme de ces deux représentations (somme de 2 à 12) ; lire les écritures chiffrées de 1 à 9 (cartes kilométriques) ; chercher s'il existe une combinaison {cartes ; opérations} gagnante. C'est-à-dire s'il existe : un, ou deux, ou trois nombres des cartes combinés avec les opérations (addition ou soustraction ou les quatre opérations) qui permet d'obtenir la somme des deux dés (de 2 à 12) (calcul mental réfléchi), énoncer à l'oral le calcul proposé ; vérifier les calculs des autres joueurs. Selon la règle du jeu, les joueurs jouent les uns après les autres, mais il est possible de jouer en version collaborative : lorsqu'un joueur ne trouve pas de combinaison, les autres essaient de l'aider et tous vérifient la proposition. Les aides possibles à proposer sont : l'ardoise, le papier/crayon (calcul réfléchi écrit, calcul en ligne) et la calculatrice pour vérifier les calculs (avec un maître du jeu). Les variables didactiques sont les suivantes : le type et le nombre des opérations arithmétiques utilisées pour les calculs avec les cartes (les quatre opérations sont possibles), le type d'opération pour les dés, la valeur attribuée aux deux dés (un dé unités et un dé dizaines par exemple), le nombre maximum de cartes à utiliser (plus de trois cartes peuvent être autorisées), la valeur des cartes (ajouter cinq cartes de valeur dix), etc.

Éléments d'analyse de séances en classe

Afin que les professeurs et les élèves aient une trace du travail, nous avons élaboré des fiches élèves. Il est demandé aux élèves d'inscrire : les km à atteindre (nombres), cartes en main (nombres) et proposition de calcul (en ligne). Cette fiche peut être adaptée pour des élèves plus jeunes (avec inscription des constellations des dés et graphisme des chiffres). La dévolution de la tâche comporte la règle du jeu, les objectifs mathématiques et l'explication des attendus pour remplir la fiche élève (Figure 4).

FIGURE 4



Fiches élèves pour le jeu Rallye : explications du professeur au tableau en CM (gauche) et fiche élève à partir de la GS (5-6 ans) (droite)

Nous analysons les fiches élèves lors de deux séances d'ateliers mathématiques en octobre (séance 1) puis décembre 2020 (séance 2) (Figures 5 et 6). La règle a été modifiée : il est

proposé un dé unités et un dé dizaines, et les joueurs peuvent utiliser les quatre opérations. Pour la séance 2, des cartes de valeur « 10 » ont été introduites dans les jeux.

Lors de la séance 1 (Figure 5), le professeur relève plusieurs erreurs d'écriture de calculs en ligne (non respect de la signification du signe d'égalité). Par exemples les écritures erronées : $7 \times 5 = 35 - 2 - 2$ (élève B) ; $8 \times 8 = 64 - 2 = 62$ et $6 \times 8 = 48 - 2 = 46$ (élève C). Ces erreurs sont reprises en groupe classe par le professeur qui dans un processus d'institutionnalisation explique aux élèves les attendus en termes d'écriture et la signification de l'égalité mathématique. Ceci permet un travail spécifique sur des notions mathématiques importantes. Lors du jeu, il se peut que les élèves ne trouvent pas une combinaison existante. Par exemple, c'est le cas pour l'élève A, le calcul 3 est possible : $7 \times 9 - 3 \times 4 = 63 - 12 = 51$. Le professeur reprend également ce type d'oubli en groupe classe pour faire progresser les procédures des élèves. Un autre point qui aurait pu servir au professeur pour montrer d'autres apprentissages : l'égalité $6 \times 9 + 8 = 62$ (élève A) afin de travailler sur la division euclidienne.

FIGURE 5

N°	km à atteindre (en chiffres)	cartes en main (écritures chiffrées)	Proposition de calcul (combinaison pour atteindre les km)
45	8,3,3,4,2,9		
62	6,3,8,3,7,4	$6 \times 8 = 48$	
51	7,3,9,4		
46	7,2,3,4,8		
31	4,9,3,7,3,2	$2 \times 3 + 6 + 1 = 31$	
31	2,9		
36	2,9,1		

31	7,2,5,2	$7 \times 5 = 35 - 2 - 2 =$
Élève B		
62	7,8,1,8,2,8,1	$8 \times 8 = 64 - 2 = 62$ $8 \times 8 = 62$
51	7,8,1,1	
46	7,8,1,1,6	$6 \times 8 = 48 - 2 = 46$ $8 \times 6 = 48 - 2 = 46$
Élève C		

Fiches élèves CM, séance 1

FIGURE 6

36	3,3,2,6,7,8	$7 \times 6 = 42$ $42 - 3 = 39$ $39 - 3 = 36$
45	8,2,1	—
42	8,2,8,1	—
31	1,2,2,8,8	—
66	1,2,2,8,8	$8 \times 8 = 64$ $64 + 2 = 66$
24	1,2,8	—
34	1,2,4,8	$8 \times 4 = 32$ $32 + 2 = 34$
Élève D		

11	5-5-5-6-8-7	$6 + 5 = 11$ ✓
4 1	5-5-9-7	$5 \times 5 = 25$ $25 + 9 + 7 = 41$ ✓
4 3	8-5-7-7-6	$7 \times 7 = 49$ $49 - 6 = 43$ ✓
Élève E		
12	9-6-6-5-2	$4 \times 3 = 12$ $6 \times 5 + 6 = 12$
Élève F		

Fiches élèves CM, séance 2

Lors de la séance 2 (figure 6), on observe une évolution favorable des écritures des calculs en ligne pour la plupart des élèves : $7 \times 6 = 42$; $42 - 3 = 39$; $39 - 3 = 36$ (élève D) ; $5 \times 5 = 25$; $25 + 9 + 7 = 41$ (élève E) ou encore $4 \times 9 - 6 \times 5 + 6 = 12$ (élève F). De plus, les élèves ont renseigné un questionnaire à la fin de chaque séance qui montre qu'ils prennent plaisir à jouer à ce jeu (parmi d'autres) et qu'ils ont l'impression de progresser en mathématiques. Après la séance 2, les réponses à la question ouverte sur d'éventuelles remarques montre que spontanément 8 élèves sur 23 disent préférer la version du jeu qui comporte la carte dix et 2 élèves sur 23 disent préférer

jouer en remplissant la fiche. Ceci confirme nos analyses antérieures sur le fait que l'usage en classe de fiche élève permet une reconnaissance réciproque du travail pour le professeur et pour les élèves.

CONCLUSIONS

Cet article apporte des éléments de réflexion sur les notions de manipulations et de jeux pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Nous montrons comment ces questions professionnelles très présentes actuellement autant pour les étudiants en Masters MEEF (métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation) que pour les professeurs peuvent devenir des questions de recherche en didactique. L'analyse d'un atelier mathématique utilisant un jeu du commerce montre ici des potentialités en termes de manipulation, de jeu, d'activité mathématique et d'apprentissages. Les manipulations de matériel peuvent permettre des conversions selon plusieurs registres de représentations sémiotiques, ce qui favorise la compréhension pour les élèves. L'analyse *a priori* des savoirs mathématiques qu'il est possible de travailler à partir d'un jeu est nécessaire pour identifier les apprentissages et les évolutions possibles des procédures des élèves. L'analyse *a priori* permet également un processus de dévolution où les tâches mathématiques soumises aux élèves sont bien identifiées par le professeur et partagées avec les élèves. Pour l'analyse des ateliers de jeu en mathématiques, nous proposons aux élèves de remplir des « fiches » afin de produire une trace de leur travail qui permet d'identifier des éventuelles erreurs ou omissions. Le professeur peut alors reprendre de manière collective une connaissance dont il faut retravailler l'institutionnalisation. Pour leur part, les élèves peuvent identifier leurs erreurs et voir leurs progrès.

RÉFÉRENCES

- Bolon, J. (1994). Comment analyser un jeu mathématique ? In *Document pour la formation des professeurs des écoles* (Tome 3, pp. 77-82). Colmar, France: COPIRELEM.
- Boule, F. (1985). *Manipuler, organiser, représenter. Prélude aux mathématiques*. Paris: Armand Colin.
- Briand, J. (2019). Manipuler en mathématiques... oui mais. *Au Fil des Maths*, 531, 6-9.
- Briand, J., & Chamorro, C. (1991). Glossaire de didactique. In *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques. Actes du stage de Cahors* (Tome 1, pp. 141-145). Paris: IREM de Paris VII.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Charnay, R. (2003). L'analyse a priori, un outil pour l'enseignant. *Math-École*, 209, 19-26.
- Chevallard, Y. (1991). Le caractère expérimental de l'activité mathématiques. *Petit x*, 30, 5-15.
- Corriveau, C., & Jeannotte, D. (2018). Idées véhiculées dans la littérature professionnelle à propos du matériel de manipulation au primaire. Paper presented at « *Colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec* », Université du Québec à Trois-Rivières, Drummondville, Canada.
- Da Ronch, M. (2019). Fait-on des mathématiques en résolvant des « casse-têtes » ? L'exemple des tours des Hanoï dans un dispositif d'exposition. *Petit x*, 109, 49-73.
- Dias, T. (2017). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Paris: Magnard.
- Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 16(3), 349-382.

- Godot, C. (2005). *Situations recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation. Exemple de la roue aux couleurs*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble 1.
- Grapin, N., & Mounier, E. (2018). Vers un outil d'analyse de manuels : Exemple d'étude en 1^{ère} année d'école élémentaire (3H). *RMé*, 230, 30-37.
- Haye, T., & Bronner, A. (2020). Outils d'analyse pour l'utilisation de jeux visant les apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. *Grand N*, 105, 39-64.
- Milliat, C., & Neyret, R. (1990). Jeux numériques et élaboration de règles à l'école maternelle. *Grand N*, 46, 5-23.
- Pelay, N. (2009). L'activité mathématique ludique : vers le plaisir de pratiquer les mathématiques ? Paper presented at « *Colloque Espace mathématique francophone* », Sénégal.
- Peltier, M.-L. (2000). Les jeux mathématiques sont-ils la panacée à la démotivation des élèves ? *Grand N*, 67, 33-40.
- Poisard, C. (2005). Les objets mathématiques matériels, l'exemple du boulier chinois. *Petit x*, 68, 39-67.
- Poisard, C. (2017). Introducing an old calculating instrument in a new technologies environment: a praxeological analysis of students' tasks using different registers. *Review of Science, Mathematics and ICT Education*, 11(2), 47-67.
- Poisard, C. (2018). La didactique des mathématiques pour décrire et analyser des activités d'animation scientifique. In M. Abboud (Ed.), *Actes du colloque EMF Espace mathématique francophone* (pp. 1325-1332). Paris, France: Université de Paris, Éditions de l'IREM de Paris.
- Poisard, C., Gueudet, G., Bueno-Ravel, L., & Besnier, S. (2015). Le plaisir de manipuler en mathématiques à l'école : Ressources matérielles et virtuelles. *Les notes du CREAD*, 1, 1-6.
- Poisard, C., Le Guen, P., Riou-Azou, G., Robin, R., & Valdivieso, F. (2021). Les « fiches élèves » lors d'ateliers de jeux en classe de mathématiques : Contraintes et objectifs de l'institution scolaire. Paper presented at the « *47^e colloque COPIRELEM* », Grenoble, France.
- Poisard, C., Riou-Azou, G., Valdivieso, F., Robin, R., & Le Guen, P. (2022). Éléments d'analyse de deux expériences d'ateliers mathématiques : en fin d'école primaire et en formation des professeurs des écoles. *MathemaTICE*, 79. Retrieved from <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03604364/document>.
- Quintic, C. (1997). Jeux de société et apprentissages mathématiques au cycle 1. *Grand N*, 61, 9-23.
- Valentin, D. (2001). Des jeux en math : Pour quoi faire ? *Math-École*, 200, 20-25.
- Weiss, L. (2019). Listes des articles RMé - Math-école concernant le jeu paru entre 2002 (numéro 201) et 2016 (numéro 226). Site de la revue RMé, <https://www.revue-mathematiques.ch/>.